

Gutachten zum Abitur 2017 in Brandenburg

Zielsetzung und Methodik

Dieses Gutachten wurde durch das MBS zur Untersuchung der Gründe für die zahlreichen Rückmeldungen aus den Schulen zu Problemen mit der schriftlichen Abiturprüfung 2017 im Fach Mathematik in Auftrag gegeben. Es sollen hiermit die Ursachen offengelegt werden, um daraus Handlungsempfehlungen zu generieren.

Dazu wurden sämtliche beim Ministerium eingegangene Rückmeldungen der Schulen, von Verbänden und aus der Schülerschaft zunächst strukturiert zusammengefasst. Nach einer a-priori-Analyse des Netzwerks der beteiligten Personengruppen, Institution und Dokumente wurden die Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler sowie Lehrerinnen und Lehrer kategorisiert und strukturiert. Auf dieser Basis wurden 38 Einzelfragen generiert, die auf der Grundlage der vorliegenden und weiter angeforderten Dokumente in diesem Gutachten im Detail beantwortet werden. Die Rückmeldungen, die strukturierte Fassung der Fragen und sämtlich hinzugezogenen Dokumente befinden sich im Anhang.

Zusammenfassung der Ergebnisse

Ein Großteil der Rückmeldungen bezog sich auf Inhalt und Struktur der schriftlichen Abiturprüfung, insbesondere, aber nicht ausschließlich, auf Aufgabe 2.1, in der unter anderem Fragen zu einer Schar von Logarithmusfunktionen zu beantworten waren. Hierzu ist festzustellen, dass alle Aufgaben im schriftlichen Abitur 2017 den Rahmenlehrplänen des Landes Brandenburg und den Bildungsstandards der KMK entsprechen.

In manchen Schulen Brandenburgs wurden im Mathematikunterricht und in den schulinternen Curricula Schwerpunkte gesetzt, die dazu geführt haben, dass nicht alle Schülerinnen und Schüler die notwendigen und vorgeschriebenen Kompetenzen erworben haben. Diese Schwerpunktsetzung wurde zum Teil durch die benutzten Lehrwerke unterstützt. Daher ist es folgerichtig, dass die betroffenen Schülerinnen und Schüler die Gelegenheit erhalten haben, die schriftliche Abiturprüfung erneut abzulegen.

Über das Fortbildungs- und Informationsangebot des LISUM wurden die Schulen über Änderungen im Rahmenlehrplan und die Umsetzung der Bildungsstandards in den Abiturprüfungen informiert. Aus den Rückmeldungen geht hervor, dass dieses Informationsangebot durch weitere Unterstützungsmaßnahmen für die Schulen ergänzt werden sollte.

Weiterhin stellt sich heraus, dass der Mathematikunterricht für alle auf erhöhtem Niveau in 4-stündigen Kursen die Schwerpunktsetzung verschärft, und in stark leistungsheterogenen Gruppen nicht genügend Übungsmöglichkeiten für alle Schülerinnen und Schüler zur Verfügung stehen.

Empfehlungen

Um die Schulen bei der Vorbereitung der zukünftigen Abiturjahrgänge auf die schriftlichen Abiturprüfungen noch besser zu unterstützen werden die folgenden Maßnahmen empfohlen:

Trennung in Grund- und Leistungskurs

- Um in Mathematik sowohl leistungsstarke als auch schwächere Schülerinnen und Schüler besser zu fördern, ist eine Rückkehr zur Unterscheidung in grundlegendes und erhöhtes Niveau, wie sie bereits beschlossen wurde, sinnvoll. Damit wird Schülerinnen und Schülern auch die Gelegenheit gegeben, sich speziell auf ein Studium im MINT-Bereich besser vorzubereiten.

Sofortige Erhöhung der Wochenstunden für das erhöhte Niveau

- Da diese Umstellung der GOSTV erst für die derzeit in den 8. bzw. 9. Klassen befindlichen Jahrgänge wirksam wird, sollte für die Abiturjahrgänge davor Mathematik auf erhöhtem Niveau auch mit erhöhter Stundenzahl unterrichtet werden. Damit werden die notwendigen Übungs- und Differenzierungsphasen geschaffen, die eine optimale Abiturvorbereitung benötigt.

Konkretisierung der Rahmenlehrpläne

- Die Rahmenlehrpläne sollten so ergänzt und konkretisiert werden, dass die Schulen sie besser für die Erstellung der schulinternen Curricula nutzen können. Hier können detaillierte Ausführungshinweise die Unterrichtsqualität und damit den Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler erhöhen.

Verstärkte Rückkoppelung der Aufgabenerstellung mit Fortbildungen

- Im Rahmen des Qualitätssicherungsprozesses auftretende Anmerkungen der Kontrollgruppen des LISUM für die Abituraufgaben sollten noch besser dokumentiert werden. Die aus den Anmerkungen resultierenden Konsequenzen (Änderungen der Aufgaben, notwendige Informationen für die Schulen) können so besser nachverfolgt werden. Zur Verbesserung der Kommunikation zwischen der Fachaufsicht im LISUM und den Schulen ist ein Fachbrief Mathematik empfehlenswert. Die Teilnahme der Schulen an obligatorischen Fortbildungsveranstaltungen des LISUM, zum Beispiel zu Änderungen in den gesetzlichen Rahmenbedingungen, muss nachverfolgt und durchgesetzt werden.

Stärkere Kontrolle von Lehrwerken für den Mathematikunterricht

- Weiterhin sollte die Rücknahme der pauschalen Zulassung von Lehrbüchern im Fach Mathematik, ggf. eingeschränkt auf die Sekundarstufe II, erwogen werden. Alternativ können auch vermehrt Stichproben nach §7 (2) Lernmittelverordnung durchgeführt werden, so dass sichergestellt ist, dass die Lehrwerke nicht nur den Stoff des Rahmenlehrplans vollumfänglich abbilden, sondern auch hinreichend mit Übungsaufgaben versehen sind.

Beantwortung der Einzelfragen

F1: Hatte die Verwendung von Poolaufgaben oder Ersatzaufgaben einen Einfluss auf die gemeldeten Schwierigkeiten?

Die Verwendung von Poolaufgaben entspricht den Vorgaben der KMK und des IQB. Die primär beanstandete Aufgabe 2.1 „Eisbecher“ (siehe Anlage „Abituraufgaben 2017“) ist *keine* Poolaufgabe, so dass die Verwendung von Poolaufgaben nicht ursächlich für die gemeldeten Schwierigkeiten sein kann. Durch die mögliche Verbreitung von zentral gestellten Aufgaben durch einen Einbruch in Baden-Württemberg musste eine Ersatzaufgabe gestellt werden. Der Vergleich mit der nicht gestellten Aufgabe erübrigt sich, die Bewertung der Angemessenheit der Aufgabe wird im weiteren Verlauf dieses Gutachtens erfolgen.

F2: Wurde bei den Aufgaben berücksichtigt, dass in Brandenburg Mathematik auf erhöhtem Niveau nur 4-stündig unterrichtet wird?

Das Niveau der Prüfung wird durch die „Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife“ (KMK, 2012) festgelegt. Diese spezifizieren die Anforderungen an die schriftliche Abiturprüfung auf grundlegendem und erhöhtem Niveau. Laut Bildungsstandards soll „das erhöhte Niveau mit vier oder mehr Wochenstunden Unterricht erreicht werden“ (KMK, 2012, S. 6). Eine weitere Unterscheidung des Prüfungsniveaus nach Anzahl der unterrichteten Wochenstunden ist nicht vorgesehen, so dass dies auch bei den Aufgaben nicht berücksichtigt werden muss. Siehe dazu aber auch F22. Entgegen den Beschwerden wird Mathematik auf erhöhtem Niveau in Baden-Württemberg nicht mit 5 Stunden unterrichtet, sondern ebenfalls mit 4 Stunden, wie auch in acht weiteren Bundesländern (siehe dazu auch Schiemann, 2013).

Im direkten Vergleich zwischen Berlin und Brandenburg kann konstatiert werden, dass das schriftliche Abitur in Mathematik für Berliner Schülerinnen und Schüler ein breiteres Stoffangebot umfasst, die Prüfung an sich aber, wie durch die Bildungsstandards gefordert, für jede Aufgabe auf dem gleichen Niveau liegt. Insbesondere enthält der Rahmenlehrplan – wie auch die Berliner Abituraufgabe – für das Leistungskursniveau in Berlin (SenBJW, 2014) Wurzelfunktionen, die im erhöhten Niveau für Brandenburg nicht vorgesehen sind. Die Tatsache, dass es Berliner Schülerinnen und Schülern möglich war, mit einer speziellen Auswahl der Aufgaben die gleiche Prüfungsaufgabe wie in Brandenburg zu erhalten, widerspricht dem nicht, da die Auswahl aus einem größeren Gebiet erfolgt.

F3: War die Wahlmöglichkeit zwischen Aufgabe 2.1 und 2.2 angemessen?

Beide Aufgaben befassen sich mit verschiedenen Funktionsklassen. Die Tatsache, dass Logarithmusfunktion und Exponentialfunktion Umkehrfunktionen voneinander sind, begründet keinen Anspruch auf eine Aufgabe, die keine dieser beiden Funktionsklassen verwendet.

In der folgenden Tabelle werden die verwendeten Funktionsklassen der letzten 5 Abiturjahrgänge dargestellt (siehe dazu die Anlagen „Abituraufgaben 2013-2017“):

Jahr	Wahlaufgabe 1	Wahlaufgabe 2
2013	Produkt von linearer Funktion und Verkettung von Logarithmus mit linearer Funktion	Kettenlinie (Summe zweier Exponentialfunktionen mit innerer linearer Funktion)
2014	Produkt von linearer Funktion mit Verkettung von Exponentialfunktion mit linearer Funktion	Differenz von Wurzelfunktion und quadratischer Funktion
2015	Produkt von linearer Funktion mit Verkettung von Exponentialfunktion mit linearer Funktion	Ganzrationale Funktion 3. Grades
2016	Ganzrationale Funktion 4. Grades	Summe zweier Exponentialfunktionen mit innerer linearer Funktion

2017 Verkettung von Logarithmus mit quadratischer Funktion Kettenlinie (Summe zweier Exponentialfunktionen mit innerer linearer Funktion)

Aus dieser Aufstellung ergibt sich, dass bereits 2013 eine ähnliche Wahlmöglichkeit gegeben war. Auch verfängt die Argumentation nicht, dass Schülerinnen und Schüler, die eine der im Rahmenplan genannten Funktionsklassen vermeiden möchten, dennoch eine Wahl haben müssten.

F4: Entsprechen die Ergebnisse bei den Aufgaben den Vornoten aus der Qualifikationsphase?

Eine Schule meldete zurück, dass die in der Klausur erzielten Ergebnisse im Abitur schlechter als die Vornoten aus der Qualifikationsphase ausfielen, was in den Vorjahren nicht der Fall war.

Nach Informationen des MBS aus der Abiturstatistik war dies aber – im Schnitt – in Brandenburg in den letzten Jahren ebenfalls so. In der Tabelle sind die Vornoten aus der Qualifikationsphase und die schriftlichen Noten im Abitur „Mathematik auf erhöhtem Niveau“ und ihre Differenz dargestellt.

Jahr	Q-Phase	Abi	Δ
2013	9,2	8,1	-1,1
2014	9,6	7,8	-1,8
2015	9,7	7,5	-2,2
2016	9,8	8,0	-1,8

Es ist deutlich zu erkennen, dass in keinem Jahrgang die durchschnittliche Note im schriftlichen Abitur besser war als die durchschnittliche Vornote.

F5: War die Änderung der Verteilung der Bewertungseinheiten auf Anforderungsbereiche gerechtfertigt und hinreichend kommuniziert?

Die Bildungsstandards (KMK, 2012) ersetzen die vorherigen Einheitlichen Prüfungsanforderungen Mathematik (KMK, 2002). Dadurch erfolgte eine Neudefinition der Anforderungsbereiche I, II und III. Zudem werden Bewertungshinweise gegeben, unter anderem: „Eine Bewertung mit „gut“ (11 Punkte) setzt voraus, dass annähernd vier Fünftel der Gesamtleistung erbracht worden sind, wobei Leistungen in allen drei Anforderungsbereichen erbracht worden sein müssen. Eine Bewertung mit „ausreichend“ (05 Punkte) setzt voraus, dass über den Anforderungsbereich I hinaus auch Leistungen in einem weiteren Anforderungsbereich und annähernd die Hälfte der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind.“ (KMK, 2012, S. 23) und „Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistungen liegt im Anforderungsbereich II. Darüber hinaus sind die Anforderungsbereiche I und III zu berücksichtigen. Im Prüfungsfach auf grundlegendem Anforderungsniveau sind die Anforderungsbereiche I und II, im Prüfungsfach auf erhöhtem Anforderungsniveau die Anforderungsbereiche II und III stärker zu akzentuieren.“ (KMK, 2012, S. 22).

Daraus leitet sich die in den vorliegenden Abituraufgaben vorgenommene Aufteilung der Bewertungseinheiten auf Anforderungsbereiche unmittelbar ab.

Diese Änderungen in der Verteilung der Bewertungseinheiten und Zuordnung zu Anforderungsbereichen wurden in den verpflichtenden Fortbildungen des LISUM zum neuen RLP kommuniziert und in Workshops erarbeitet (siehe Anlage „Kursmaterial Fortbildung RLP“ und „Vergleich EPA mit BiSta“). Nicht alle Schulen haben an diesen Fortbildungen teilgenommen (siehe Anlage „Teilnehmende Schulen RLP“).

F6: War der Textumfang der Aufgaben auch im Vergleich zu den Vorjahren angemessen?

Die Aufgaben enthalten keine unnötigen Texte. Auch im Vergleich zu den Vorjahren 2013-2016 kann nicht von einer überraschenden Textfülle gesprochen werden. Eine weitere Verkürzung der Texte hätte die Aufgaben nicht erleichtert, sondern entweder trivialisiert oder schwieriger gemacht.

Die bemängelte Anzahl von 1148 Wörtern (im Vergleich zu 908 Wörtern im Vorjahr) bedeutet für einen ungeübten (!) Leser eine Lesezeit von ca. 11 Minuten (statt 9 Minuten). Dieser zusätzliche Zeitaufwand ist bei der Gesamtbearbeitungszeit von 270 Minuten vernachlässigbar.

Weiterhin muss bemerkt werden, dass die allgemeine mathematische Kompetenz „Mathematisch Kommunizieren (K6)“ der Bildungsstandards in Anforderungsbereich II darlegt, dass Schülerinnen und Schüler „*mathematische Informationen aus Texten identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen nicht unmittelbar den Schritten der mathematischen Bearbeitung entsprechen muss*“ können. Die Auswahl einer Aufgabe und das Lesen der Aufgabe zur Bearbeitung gehören damit unmittelbar zu den zu prüfenden Kompetenzen und hätten im Unterricht vermittelt werden müssen.

F7: Ist die Formulierung der Aufgaben für Schülerinnen und Schüler sowie Lehrerinnen und Lehrer neuartig oder unverständlich?

Die Formulierungen in den Aufgaben entsprechen dem für Abituraufgaben üblichen und bekannten Duktus. Die Formulierungen verwenden mathematische Fachsprache und die durch das IQB vorgegebenen Operatoren (IQB, 2015a). Die Verständlichkeit der Aufgabenstellungen wurde in den Kontrollrunden überprüft. Es kann keine wesentliche Veränderung oder gar Unverständlichkeit der Aufgaben festgestellt werden. Auch in Lehrbüchern und Beispielaufgaben wird die gleiche mathematische Fachsprache verwendet.

F8: Waren die Aufgaben inhaltlich schwerer als in den Vorjahren?

Die Aufgaben sind – bei hinreichender Behandlung des Stoffes im Unterricht – nicht schwerer als in den Vorjahren. Die von Schülerinnen und Schülern vorgebrachte Beschwerde, dass die „Aufgaben durch komplizierte Bruchrechnung viel schwerer als in den Vorjahren“ seien, ist nicht nachvollziehbar, da für die Lösung nur sehr einfache Bruchrechnung notwendig ist. Es bleibt festzuhalten, dass die Schwierigkeit einer Aufgabe stets vom Vorwissen und Können der Bearbeiter abhängt, eine „absolute“ Schwierigkeit gibt es nicht. Auch die Einteilung in die Anforderungsbereiche I-III ist vom Unterricht abhängig, so dass ich zur endgültigen Beantwortung der Frage auf die Fragen F11-F15 verweise.

F9: Entsprach die Gewichtung der Anforderungsbereiche den gesetzlichen Vorgaben?

Siehe hierzu F5. Die von den Lehrerinnen und Lehrern mehrfach zitierte Regelung, dass Anforderungsbereich I in höherem Maße als Anforderungsbereich III berücksichtigt werden soll, stammt aus den nicht mehr gültigen EPA Mathematik (KMK, 2002).

Die Bildungsstandards schreiben nicht vor, dass jede Wahlmöglichkeit zur exakt gleichen Verteilung von BE auf die Anforderungsbereiche führt, die Gewichtung ist insgesamt für die „Prüfungsaufgabe“, also für die Gesamtheit aller Aufgaben inklusive hilfsmittelfreiem Teil geregelt.

F10: Entsprechen die Aufgaben strukturell den gesetzlichen Vorgaben?

Die Prüfungsaufgabe entspricht den Vorgaben der Bildungsstandards (KMK 2012).

Der hilfsmittelfreie Teil darf nach KMK (2012, S. 24) ein Drittel der gesamten Prüfungsaufgabe nicht überschreiten. In der vorgelegten Prüfungsaufgabe umfasst der hilfsmittelfreie Teil 15 von 100 Bewertungseinheiten, also 15%. Die dafür zur Verfügung stehende Zeit betrug 40 Minuten, das sind 30 Sekunden weniger als 15% der Gesamtbearbeitungszeit von 270 Minuten.

Weiterhin heißt es in den Bildungsstandards: „*Die Prüfungsaufgabe bezieht sich auf mindestens zwei der in den Bildungsstandards genannten mathematischen Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik. Mindestens ein Drittel der Anforderungen muss sich auf Analysis beziehen.*“ Dadurch wird nicht ausgeschlossen, dass alle drei Sachgebiete in der Prüfung gefordert sind oder dass der Analysis-Teil 50% der Prüfung umfasst. Die zusätzliche Forderung „*Keines der beiden anderen Sachgebiete wird über mehrere Jahre von den Prüfungsaufgaben ausgeschlossen. Die Prüfungsaufgabe ist so zu*

gestalten, dass mehrere Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen berücksichtigt werden, sodass mathematisches Arbeiten in der gymnasialen Oberstufe hinreichend erfasst wird.“ verdeutlicht zudem, dass der Ausschluss eines ganzen Themengebietetes nicht im Sinne einer Prüfungsaufgabe ist. Die Strukturierung in 4 Aufgaben, die Abdeckung aller drei Themengebiete, die Länge des hilfsmittelfreien Teils und die Verteilung der Bewertungseinheiten wurden im Übrigen deutlich in den Hinweisen zur Vorbereitung auf die Abiturprüfung 2017 im Land Brandenburg kommuniziert (siehe Anlage „Hinweise zur Prüfung 2017“). Zudem wird dort deutlich dargelegt, dass die Grundlage für die Prüfung die Rahmenlehrpläne in der Ausgabe von 2014 und die Bildungsstandards (KMK 2012) sind. Es kann also nicht von einer unerwarteten, nicht vorhersehbaren oder „nicht prohezeibaren“ Änderung gesprochen werden.

F11: War die Aufgabe zu Rotationskörpern um die y-Achse rahmenplankonform?

Der Rahmenlehrplan fordert, dass Schülerinnen und Schüler das Volumen von Körpern bestimmen können, die durch Rotation um die Abszissenachse („x-Achse“) entstehen. Es ist korrekt, dass nicht verlangt wird, dass Volumina von Rotationskörpern um die Ordinatenachse („y-Achse“) bestimmt werden.

In Aufgabe 2.1, Teilaufgabe d) bis f), wird ein Körper behandelt, der durch Rotation um die y-Achse entsteht. Dabei handelt es sich zunächst um eine elementare geometrische Beschreibung einer Sachsituation. Es wird nicht verlangt, das Volumen dieses Körpers zu berechnen.

In Teilaufgabe f) wird verlangt, dass Schülerinnen und Schüler drei Teilschritte einer fiktiven Schülerlösung beurteilen. In Teilschritt (1) wird hierbei (fehlerhaft) die Formel für die Volumenberechnung bei Rotationskörpern um x-Achse berechnet. Die Schülerinnen und Schüler müssen erkennen, dass dieser Lösungsweg nicht korrekt ist und „gegebenfalls unter Zuhilfenahme einer Skizze“ beschreiben, wie dieser Schritt berichtigt werden müsste. Es ist also notwendig, zu erkennen, dass die Sachsituation falsch modelliert ist, und anzugeben, dass dies über einen Tausch der beiden Achsen (zum Beispiel über eine Spiegelung an der Diagonalen) korrigierbar ist. Dies ist durchaus eine in den Bildungsstandards bzw. dem Rahmenlehrplan verankerte Leistung im Anforderungsbereich III: „Die Schülerinnen und Schüler können mathematische Modelle im Kontext einer Realsituation überprüfen, vergleichen und bewerten.“ (KMK 2012, S. 15 und MBS 2014, S. 17). Es wurde nicht gefordert, das Volumen eines Rotationskörpers um die y-Achse zu bestimmen.

Die Teilaufgabe ist in der Tat dem Anforderungsbereich III zugeordnet. Der Teilaufgabe sind 7 BE zugeordnet, so dass die Beurteilung jedes einzelnen Schritts maximal 3 BE erhält. Diese Gewichtung ist angemessen und rahmenplankonform.

F12: Ist die Verwendung der Logarithmusfunktion in der Aufgabe 2.1 rahmenplankonform, obwohl im Rahmenplan „zwei Funktionsklassen“ steht und gebrochen-rationale Funktionen entstehen?

Der Rahmenlehrplan ohne CAS (MBS, 2014a) führt in der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang (L4)“ aus: „Die Schülerinnen und Schüler können ...

- *In-, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, sowie ganzrationale und Exponentialfunktionen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge (z.B. in Fragestellungen zu Sachsituationen, die auf Rekonstruktion von Funktionsgleichungen, Extremalproblemen etc. führen) nutzen,*
- *in einfachen Fällen Verknüpfungen (additiv und multiplikativ) und Verkettungen sowie Scharen von Funktionen (zwei Funktionsklassen) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen, [...]*
- *In-, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale und Exponentialfunktionen, auch unter Verwendung der Konstanten-, Potenz-, Faktor- und Summenregel ableiten,“*

Daraus geht hervor, dass die natürliche Logarithmusfunktion in der gleichen Tiefe wie andere Funktionsklassen in den entsprechenden Zusammenhängen behandelt werden muss. Die Einschränkung „zwei Funktionsklassen“ bezieht sich auf die Anzahl der verschiedenen Funktionsklassen, die miteinander verknüpft oder verkettet werden. Siehe hierzu auch die Anlage „Beispiele von Funktionenscharen“. Die in Aufgabe 2.1 verwendete Schar $f_a(x) = \ln(ax^2 + 1)$ verkettete die natürliche Logarithmusfunktion mit einer

ganzrationalen (sogar quadratischen) Funktion und wird daher explizit im Rahmenlehrplan genannt, auch als Schar.

Einige Schulen oder Lehrkräfte haben die Einschränkung „zwei Funktionsklassen“ anders interpretiert. So wurde davon ausgegangen, dass zwei Funktionsklassen ausgewählt werden dürfen, die in der Schule für Verkettungen und Scharen behandelt werden. Diese Interpretation ist aber nicht sachlich begründet. So sind Exponentialfunktionen ohne Verkettung oder Verknüpfung mit einer weiteren Funktionsklasse trivial und bieten keine Möglichkeit für geeignete Prüfungsaufgaben. Siehe hierzu auch F3. In diesem Sinne ist auch die Forderung nach einer expliziten Einschränkung des MBS, *welche* zwei Funktionsklassen miteinander verkettet oder in Scharen vorkommen dürfen, hinfällig, da es sich hier nicht um eine Auswahl, sondern um eine Beschränkung der Anzahl miteinander zu verknüpfender verschiedener Funktionsklassen handelt.

Der Rahmenlehrplan mit CAS (MBS, 2014b) führt in der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang (L4)“ aus: „Die Schülerinnen und Schüler können ...

- *Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale und Exponentialfunktionen, sowie In-, sin-, cos- und Wurzelfunktionen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge (z.B. in Fragestellungen zu Sachsituationen, die auf die Rekonstruktion von Funktionsgleichungen, Extremalproblemen etc. führen) nutzen,*
- *in einfachen Fällen Verknüpfungen (additiv und multiplikativ) und Verkettungen von Funktionen (ganzrationale Funktion, Exponentialfunktion) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen, [...]*
- *Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten, ganzrationale und Expon[en]tialfunktionen, sowie In-, sin-, cos und Wurzelfunktionen ableiten, auch unter Verwendung der Konstanten-, Potenz-, Faktor- und Summenregel, [...]*
- *in einfachen Fällen Verknüpfungen und Verkettungen (zwei Funktionsklassen) sowie Scharen von Funktionen (zwei Funktionsklassen) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen,“*

Neben einer Erweiterung der Funktionsklassen ergibt sich hier ein Problem aus der doppelten Aufführung von Verknüpfungen und Verkettungen im (hier) zweiten und vierten Anstrich, welcher den Irrtum der Lehrkräfte bezüglich den zu verwendenden Funktionsklassen erklären kann. Da es sich aber insgesamt um eine Erweiterung der zu behandelnden Funktionsklassen handelt, gilt die Analyse für die Nicht-CAS-Version des Rahmenplans auch für die CAS-Version.

Der Hinweis darauf, dass bei der Ableitung der genannten Schar eine Schar von gebrochen-rationalen Funktionen entsteht, ist korrekt. Der Rahmenlehrplan fordert aber ausdrücklich, dass die Kettenregel zum Ableiten von Funktionen mit linearen oder quadratischen inneren Funktionen verwendet wird. Die auftretende ganzrationale Funktion soll danach nicht weiter abgeleitet werden (wie auch in der Aufgabenstellung explizit angegeben), sondern es ist nur nötig die Nullstelle dieser Funktion zu bestimmen. Die weitere Argumentation, dass es sich um ein lokales Minimum an der Stelle $(0|0)$ handelt, kann (und soll) elementar geführt werden und wird sogar in Teil a) vorbereitet. Insofern ist der Einwand, dass das Auftreten einer gebrochen-rationalen Funktion dafür sorgt, dass diese Aufgabe nicht durch den Rahmenlehrplan abgedeckt ist, hinfällig.

Die Aufgabe 2.1 ist in diesem Sinne also vollständig rahmenplankonform.

F13: Sind Aufgabenstellungen mit Begründungen oder „probieren“ rahmenplankonform?

Im „Grundstock von Operatoren“ des IQB wird „begründen, nachweisen, zeigen“ wie folgt erläutert: „*Aussagen oder Sachverhalte sind durch logisches Schließen zu bestätigen. Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren). Das Vorgehen ist darzustellen.*“ (IQB, 2015a). In der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang (L4)“ wird weiterhin ausgeführt: „*Schülerinnen und Schüler beschreiben qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze der Änderungsfunktion und begründen den Verlauf.*“ (MBS 2014a, S. 15). Der Rahmenlehrplan deckt also das „begründen“, und speziell das in den Prüfungsaufgaben 2017 geforderte, ab.

Auch „probieren“ gehört zu den durch den RLP geforderten Arbeitsweisen: „*Heuristische Prinzipien, wie z.B. [...] „systematisch probieren“ [...] werden gezielt ausgewählt und angewendet.*“ (MBS 2014a, S. 17). Somit sind Aufgaben, bei denen die Schülerinnen und Schüler probieren müssen, sowohl im Unterricht zu behandeln als auch für Prüfungsaufgaben zulässig und sogar erforderlich.

F14: Das CAS gibt für Kettenfunktionen hyperbolische Funktionen an, die nicht im RLP stehen. Ist die Aufgabe damit nicht mehr rahmenplankonform?

Bei der Verwendung eines CAS werden für spezielle Summen von Exponentialfunktionen (Kettenlinien) oder deren Ableitungen hyperbolische Funktionen (cosh und sinh) angegeben. Diese Problematik ist bekannt und wurde immer wieder in Fortbildungen zum CAS-Einsatz thematisiert. Auch in der Kontrollrunde zur Aufgabe 2.1 wurde noch einmal darauf hingewiesen, dass CAS hier eventuell ungewohnte Ergebnisse liefern. Daher wird immer wieder darauf hingewiesen, dass diese Thematik im Unterricht mit CAS behandelt werden muss.

F15: Ist die hilfsmittelfreie Lösung von Exponentialgleichungen wie in Aufgabe 1.1. a) auch durch den Rahmenlehrplan mit CAS gefordert?

Die Anforderung beschränkte sich darauf, die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion zu verwenden. So sollte $2e^{\frac{1}{2}x} - 1 = 0$ gelöst werden, welches mit elementaren Umformungen $x = 2\ln\frac{1}{2}$ liefert. Der Rahmenlehrplan fordert hier die Kompetenz „die In-Funktion als [...] Umkehrfunktion der e-Funktion nutzen“ (MBS 2014a, S. 22), die Aufgabe ist also durch den RLP abgedeckt.

F16: Ist es rahmenplankonform, das schulinterne Curriculum auf ganzrationale und e-Funktionen zu beschränken?

Wie bereits in der Antwort zu F12 ausgeführt, bedeutet die Einschränkung „(zwei Funktionsklassen)“ (MBS 2014a/b, S. 22) nicht, dass zwei Funktionsklassen ausgewählt werden dürfen, die zu behandeln sind, sondern dass die Komplexität der Verknüpfung und Verkettung auf zwei verschiedenen Funktionsklassen aus den zur Verfügung stehenden beschränkt wird. Daher ist eine entsprechende Einschränkung des schulinternen Curriculums nicht zulässig. Auch eine Schwerpunktsetzung ist im Rahmenplan nicht vorgesehen.

F17: Ist es rahmenplankonform, Logarithmus nur als Randthema zu behandeln?

Die Logarithmus-Funktion wird im Rahmenlehrplan gleichrangig mit der Exponentialfunktion genannt. Insofern ist eine Behandlung als Randthema nicht zulässig. Auch inhaltlich ist dies nicht zu begründen: Die Logarithmusfunktion ist für die Modellierung von realen Prozessen essentiell und ihr kommt in den Naturwissenschaften und in den Ingenieurwissenschaften eine besondere Bedeutung zu. Diese Wichtigkeit wird durch die explizite Nennung in Bildungsstandards und im Rahmenplan unterstrichen. Aus dem Vorkommen (oder Nicht-Vorkommen) in den Abiturprüfungen der letzten Jahre darf auch nicht abgeleitet werden, ob ein Thema im Unterricht behandelt wird. Im Gegenteil: Die Bildungsstandards schreiben vor, dass kein Thema über mehrere Jahre von den Prüfungen ausgeschlossen werden darf. Daher ist es sogar notwendig, dass die Logarithmusfunktion von Zeit zu Zeit in der Prüfungsaufgabe vorkommt. Da sie das letzte Mal 2013 in der Abiturprüfung vorkam (siehe F3) hätten Lehrerinnen und Lehrer damit rechnen können, dass dies spätestens 2017 wieder passiert.

F18: Ist die Behandlung von Logarithmusfunktionen im Zusammenhang mit Verkettungen vom Rahmenplan gefordert und muss sie daher im schulinternen Curriculum berücksichtigt werden?

Im Rahmenlehrplan wird gefordert, dass die Verkettung des Logarithmus mit innerer linearer oder quadratischer Funktion im Unterricht behandelt wird. Speziell wird die Kompetenz *„die Produktregel und die Kettenregel (mit linearer bzw. quadratischer innerer Funktion) zum Ableiten von Funktionen verwenden“* (MBS 2014b, S. 22) bzw. *„Kettenregel zum Ableiten von Funktionen (mit linearer innerer und quadratischer Funktion) verwenden“* (MBS 2014a, S. 22) gefordert. Hierbei fällt auf, dass die Formulierung im Rahmenlehrplan ohne CAS (MBS 2014a) im Rahmenlehrplan mit CAS (MBS 2014b) leicht korrigiert wurde. Die fehlerhafte Formulierung in (MBS 2014a) ist aber dennoch nicht missverständlich. Insofern kann festgehalten werden, dass die Verkettung des natürlichen Logarithmus mit einer quadratischen Funktion, wie sie in Aufgabe 2.1 vorliegt, durch den Rahmenplan abgedeckt ist und im schulinternen Curriculum berücksichtigt werden müsste.

F19: Ist die Behandlung von Kurvenscharen von Logarithmusfunktionen im Rahmenplan gefordert?

Wie bereits in der Antwort zu F12 ausgeführt, fordert der Rahmenlehrplan *„in einfachen Fällen Verknüpfungen und Verkettungen (zwei Funktionsklassen) sowie Scharen von Funktionen (zwei Funktionsklassen) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge [zu] nutzen“*. Dies kann an beliebigen Scharen eingeführt und geübt werden. Das prinzipielle Vorgehen bei einer Kurvenschar unterscheidet sich hierbei nicht zwischen den Funktionsklassen. Insofern steht es den Fachkonferenzen frei, ob sie das Thema speziell mit Kurvenscharen von Logarithmusfunktionen vorsieht oder nicht, wenn sichergestellt ist, dass die Schülerinnen und Schüler auch Kurvenscharen von Logarithmusfunktionen erfolgreich bearbeiten können.

F20: Ist die Betrachtung des Logarithmus als Stammfunktion von $1/x$ nicht gefordert, weil gebrochene rationale Funktionen nicht behandelt werden müssen?

Siehe hierzu auch die Antwort zu F12.

Die explizite Nennung der Kompetenz *„die In-Funktion als Stammfunktion von $x \rightarrow \frac{1}{x}$ [...] nutzen“* in beiden Rahmenlehrplänen entkräftet das vorgebrachte Argument vollständig. Weiterhin musste in der vorliegenden Aufgabe der Logarithmus nicht als Stammfunktion genutzt werden.

F21: Waren die vorgelegten Aufgaben komplexe Aufgaben im Sinne des Rahmenplans?

„Komplex“ im Sinne des Rahmenplans wird dadurch charakterisiert, dass mehrere Kompetenzen, und zwar übergreifend über die allgemeinen mathematischen Kompetenzen K1-K6 und übergreifend über die inhaltlichen Leitideen L1-L5, zu zunehmend selbstständigen Bearbeitung von Aufgaben notwendig sind. Das Vorwort zum RLP (MBS 2014a, 2014b) formuliert dazu: *„Sie vertiefen bzw. erwerben fachbezogen und fachübergreifend Grundlagen für wissenschaftspropädeutisches Arbeiten und bewältigen zunehmend komplexe Aufgabenstellungen selbstständig. Hierzu gehören auch die angemessene Verwendung der Sprache und die Nutzung von funktionalen Lesestrategien. Dabei wenden sie fachliche und methodische Kenntnisse und Fertigkeiten mit wachsender Sicherheit selbstständig an.“*

Die vorliegenden Prüfungsaufgaben sind somit komplexe Aufgaben im Sinne des Rahmenlehrplans. Auch die Vorgabe *„falscher Lösungswege“* (Aufgabe 2.1 g) wird durch die allgemeinen mathematischen Kompetenzen abgedeckt.

Die Interpretation, dass eine Aufgabe nur dann komplex ist, wenn in Sachsituationen die Differential- und Integralrechnung miteinander kombiniert wird, und daher für solche Aufgaben nur bestimmte Funktionsklassen genutzt werden können, ist nicht haltbar, da nicht gefordert wird, dass eine Aufgabe (noch nicht einmal die gesamte Prüfungsaufgabe) sämtliche Kompetenzen abprüft.

F22: Hat die Beschränkung auf 4 Unterrichtsstunden für Mathematik auf erhöhtem Niveau ausreichende Übungsmöglichkeiten verhindert?

Laut KMK-Bildungsstandards muss ein Fach auf erhöhtem Niveau mit mindestens 4 Wochenstunden unterrichtet werden. Dies ist prinzipiell möglich, doch die vorgebrachten Einwände, dass in einem 4-stündigen Unterricht Übungsmöglichkeiten und Vertiefungsmöglichkeiten fehlen, sind schlüssig. Allein die Besprechung einer komplexen Aufgabe, wie sie im Abitur vorkommt, benötigt mindestens eine Doppelstunde. Daher ist auch die Auslagerung als Hausaufgabe oder individuelle Prüfungsvorbereitung nicht möglich. Auch die Behandlung vorher nicht im Unterricht intensiv geübter Aufgaben in Klausuren oder Tests ist nicht sinnvoll, so dass den Schülerinnen und Schülern hier die Möglichkeit der Überprüfung ihrer eigenen Leistungen genommen wird.

Die durch die Fachlehrer vorgenommenen Schwerpunktsetzungen sind insofern nachvollziehbar, auch wenn sie nicht rahmenlehrplankonform sind.

F23: Stellt die Pflichtbelegung des erhöhten Niveaus ein Problem für den Mathematikunterricht dar?

Die in der Antwort zu F22 vorgebrachte Problematik wird in der Tat durch die Pflichtbelegung von Mathematik auf erhöhtem Niveau verschärft. Dadurch, dass alle Schülerinnen und Schüler vermehrt Leistungen in AFB II und AFB III erbringen müssen, aber viele Schülerinnen und Schüler schon Probleme haben, Kompetenzen in AFB I als sichere Grundlage zu erwerben, kann der Unterricht nur schwer eine gute Prüfungsvorbereitung für alle leisten.

F24: Ist das Thema „Logarithmus“ in den gängigen Schulbüchern rahmenplankonform abgebildet?

Das in Brandenburg hauptsächlich eingesetzte Buch „Bigalke/Köhler: Mathematik 1 & 2“ des Cornelsen-Verlag bildet, anders als von manchen Lehrerinnen und Lehrern dargestellt, das Thema „Logarithmusfunktionen“ wie im Rahmenlehrplan gefordert ab. Das Zitat „*Logarithmusfunktionen werden hier nicht näher untersucht. Wir verwenden sie lediglich zur Berechnung von Funktionswerten.*“

(Mathematik I, ISBN 978-3-06-005906-5, S. 202) bezieht sich auf das Unterkapitel VII.D des Buches.

Tatsächlich wird schon zwei Seiten später in Unterkapitel VII.F die Funktion weiter untersucht und ihre Ableitung dargestellt. In Übungsaufgaben auf S. 205 werden einfache Verkettungen abgeleitet.

Es bleibt anzumerken, dass die Auswahl des Lehrbuchs durch die Fachkonferenzen erfolgt und verantwortet wird. Schulbücher für den Mathematikunterricht sind in Brandenburg pauschal zugelassen, so dass normalerweise keine Einzelfallprüfung erfolgt. Daher übernehmen die Fachkonferenzen hier eine besondere Verantwortung.

Zu der Rahmenplankonformität des Lehrbuchs liegt weiterhin eine Stellungnahme des Cornelsen-Verlags vor sowie eine kommentierte Beispielrechnung der Aufgabe 2.1. (siehe Anlagen).

F25: Gab es im Lehrbuch genügend Übungsaufgaben zu Logarithmus-Funktionen?

Siehe hierzu auch die Antwort zu F24 und die Anlagen des Cornelsen-Verlags.

Die Anzahl der Übungsaufgaben ist in der Tat reduziert, und es fehlt eine komplexe Aufgabe zu Scharfunktionen mit dem Logarithmus, wie sie in anderen Ausgaben des Lehrwerks (z.B. für Berlin) vorhanden ist. Diese Schwerpunktsetzung durch den Verlag darf aber nicht unkritisch durch die unterrichtenden Lehrerinnen und Lehrer übernommen werden. Hier hätten problemlos eigene Aufgaben formuliert werden können, oder auf Beispiele aus dem Internet und anderen Lehrwerken zurückgegriffen werden können.

Zudem sollte die Behandlung von Funktionsscharen auch so tiefgehend unterrichtet worden sein, dass Schülerinnen und Schüler diese auch für Funktionen durchführen können, mit denen sie noch keine Beispiele gerechnet haben.

Die in F22 angesprochene Zeitproblematik ist von dieser Frage unabhängig.

F26: Wurden die Lehrerinnen und Lehrer umfassend und korrekt über Prüfungsschwerpunkte und die Struktur der Aufgaben informiert? (siehe auch F27 und F36)

Lehrerinnen und Lehrer wurden durch Schreiben des LISUM/MBJS über die Prüfungsschwerpunkte und die Aufgabenstruktur informiert (siehe Anlage „Hinweise zur Prüfung 2017“). Eine spezielle Information zur Verwendung der Logarithmusfunktion in der Prüfung war nicht notwendig. Durch den Hinweis auf die Grundlagen „Rahmenlehrplan“ und „Bildungsstandards“ und die weiteren Erläuterungen war sowohl die Struktur, die inhaltliche Gestaltung und die Bewertungsrichtlinien klar.

Eine spezielle Beschwerde liegt für Aufgabe 3.1. d) vor. Dort soll nachgewiesen werden, dass der Punkt P auf der Strecke \overline{CS} liegt, was nach Meinung der Lehrkraft einen Beweis darstellt, der durch den Ausschluss der Kompetenz K1 im oben genannten Schreiben nicht zulässig ist. Da sich dieser Beweis auf die rechnerische Überprüfung einer Lagebeziehung, wie in „Raum und Form (L3)“ gefordert („die Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen (auch Scharen) untersuchen.“), beschränkt, kann dieser Einwand zurückgewiesen werden.

Ob 40% der Bewertungseinheiten in AFB III im hilfsmittelfreien Teil tatsächlich einen „begrenzten Umfang“ bedeuten oder darüber hinaus gehen, ist nicht eindeutig zu klären. Hier wäre eine alternative Formulierung besser gewesen. Da aber die BE den zeitlichen Aufwand für die Bearbeitung einer Fragestellung widerspiegeln müssen, ist die Vergabe von 40% der BE in diesem Teil nachvollziehbar.

F27: Wurden Lehrerinnen und Lehrer umfassend und korrekt über Änderungen im Rahmenlehrplan informiert?

Zur Einführung des neuen Rahmenlehrplans 2014 wurden vier dezentrale Fortbildungen des LISUM als verpflichtende Fortbildungen durchgeführt. Zu den Inhalten und der Gestaltung der Veranstaltungen (siehe dazu die Anlage Kursmaterial Fortbildung RLP“). Weiterhin gab es zusätzliche Fortbildungen zur Implementierung des Rahmenlehrplan (siehe Anlage „Weitere Fortbildungen RLP“).

Insofern ist die Kritik, dass Lehrerinnen und Lehrer nicht umfassend informiert wurden, nicht haltbar. Es fällt aber auf, dass nicht alle Schulen Mathematiklehrkräfte zu den Fortbildungen entsendet haben (siehe Anlage „Teilnehmende Schulen RLP“).

Es fällt weiterhin auf, dass viele Lehrerinnen und Lehrer das Internet-Angebot des LISUM nicht im erforderlichen Maße nutzen. Rückmeldungen, die auf alten Versionen von Verordnungen und Gesetzen begründet werden, zeigen, dass eine klarere Strukturierung der aktuellen Informationsmaterialien hilfreich sein könnte. Ein „Fachbrief Mathematik“ für brandenburgische Lehrkräfte wäre hier eine mögliche Lösung. Als weiteres, aber nebensächliches, Problem wurde im Laufe der Untersuchung festgestellt, dass die auf dem Internet bereitgestellten offiziellen Lehrpläne teilweise falsche Rahmenlehrplannummern enthielten. Da die Pläne aber korrekt im Internet verlinkt waren ist dies keineswegs als ursächlich für die mangelnde Information der Lehrerinnen und Lehrer zu werten.

F28: Standen Beispielaufgaben für das Abitur zur Verfügung?

Das LISUM stellt über den Bildungsserver Berlin-Brandenburg Beispielaufgaben für das Zentralabitur zur Verfügung (<http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/unterricht/pruefungen/zentralabitur/abituraufgaben-2011/>). Weiterhin findet man auf den Seiten des Bildungsservers unter <http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/unterricht/pruefungen/abitur-brandenburg/> spezielle Hinweise auf das Abitur in Brandenburg mit dem Verweise auf den zentralen Aufgabenpool und weitere Informationsquellen. In den Fortbildungen des LISUM wurden ebenfalls Beispielaufgaben gezeigt und in Workshops bearbeitet. Auch in Schulbüchern gibt es geeignete Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung. Die Änderungen durch den neuen Rahmenplan 2014 wurden in den dazugehörigen Fortbildungen vermittelt.

Dass keine Musteraufgaben zu Funktionsscharen mit dem Logarithmus im Aufgabenpool des IQB vorhanden sind ist korrekt. Dies gilt aber auch für viele andere Funktionsscharen und liegt in der Natur von Musteraufgaben.

Der Vergleich der Aufgaben der Jahrgänge 2013-2017 zeigt auch, dass nicht von „wesentlichen Veränderungen“ oder „komplett neuem Aufgabentypus“ gesprochen werden kann.

Es kann also davon ausgegangen werden, dass hinreichend viele Beispielaufgaben für das Abitur zur Verfügung standen. „Eigene Musteraufgaben“ des Landes Brandenburg sind zudem nicht notwendig, da dank gemeinsamer Bildungsstandards auch Aufgaben aus anderen Bundesländern verwendet werden können.

F29: Ist es den Fachkollegien möglich, ein sachgerechtes schulinternes Curriculum zu erstellen?

Ein sachgerechtes schulinternes Curriculum zu erstellen ist eine schwierige Aufgabe, die auch für fachlich ausgebildete Lehrerinnen und Lehrer herausfordernd sein kann. Es ist zwar möglich, das schulinterne Curriculum durch die Fachkonferenzen erstellen zu lassen, aber die vorliegenden Probleme bei der Abiturprüfung 2017 zeigen, dass die Interpretation der Rahmenlehrpläne nicht immer korrekt ist, wodurch mangelhafte schulinterne Curricula entstehen. Der vorgebrachte Wunsch nach einer stärkeren Führung ist daher nachvollziehbar. Klarere Vorgaben des zu behandelnden Stoffes zusätzlich zu den formulierten Kompetenzen, zum Beispiel exemplarische Aufzählungen der zu behandelnden verketteten Funktionen, würden die Fachkonferenzen besser unterstützen.

F30: War die Verteilung von Bewertungseinheiten in der Abituraufgabe korrekt?

Die Verteilung der Bewertungseinheiten wurde in den drei Kontrollrunden überprüft. Zudem wurde die Bearbeitungsdauer der prüfenden Lehrkräfte für die jeweiligen Aufgaben notiert.

Eine konkrete Rückmeldung betraf Aufgabe 2.1c) (mit CAS) und Aufgabe 2.2g). Hier wurde bemängelt, dass Aufgabe 2.2 g) durch Teilflächen, Umrechnung und prozentualem Anteil aufwändiger als 2.1 c) war. In der ersten Kontrollrunde haben alle Lehrkräfte für die Aufgabe 2.1c) mehr Zeit (zwischen 7 und 8 Minuten) als für die Aufgabe 2.2g) (zwischen 3 und 6 Minuten) benötigt. Die Zuordnung von 13 BE für 2.1c) und 5 BE für 2.2g) ist damit grundsätzlich gerechtfertigt, erscheint aber für 2.1c) in der Tat etwas hoch.

In der ersten Kontrollrunde zur Aufgabe 2.1c) wurde die Anzahl der Bewertungseinheiten von den Prüfern als zu hoch empfunden (siehe Anlage „K1 Eisbecher“). In der zweiten Kontrollrunde haben beide Prüfer die Verteilung der Bewertungseinheiten als angemessen bezeichnet (siehe Anlage „K2 Eisbecher“). Die Aufgabe 2.2 wurde sowohl durch Brandenburger als auch Berliner Lehrkräfte geprüft. Die Zuordnung von BE zu Teilaufgabe 2.2g) wurde in allen Kontrollrunden als angemessen eingeschätzt (siehe Anlage „K1 Straßenverlauf“ und „K2 Straßenverlauf“). Insofern ist davon auszugehen, dass die Verteilung von BE korrekt erfolgt ist.

Auch eine erneute Prüfung zum jetzigen Zeitpunkt bestätigt dies. Die notwendigen Zwischenschritte zur Lösung von Aufgabe 2.1 c) zu finden und durchzuführen ist aufwändiger als die naheliegende Berechnung zweier Integrale in Aufgabe 2.2 g).

Der Qualitätssicherungsprozess für Abituraufgaben in Brandenburg ist in der Anlage „Qualitätssicherungsprozess Abituraufgaben“ dargestellt.

F31: Wurden die Aufgaben korrekt den verschiedenen Anforderungsbereichen zugeordnet?

Die Zuordnung zu den Anforderungsbereichen wurde im Qualitätssicherungsprozess überprüft. Dabei sind keine wesentlichen Abweichungen festzustellen. Es bleibt festzuhalten, dass der Anforderungsbereich einer Aufgabe stets von der unterrichtlichen Vorbereitung abhängt, und zudem die Aufteilung in Anforderungsbereiche für eine Teilaufgabe nicht trennscharf ist.

An dieser Stelle muss bemerkt werden, dass die Dokumentation der Qualitätssicherung hier verbessert werden kann. Anstatt anzukreuzen, welcher Anforderungsbereich in einer Aufgabe überwiegt, sollten die Prüferinnen und Prüfer die jeweiligen Bewertungseinheiten zu den AFB zuordnen. Weiterhin sollten die Kommentare und Verbesserungsvorschläge einzeln nummeriert werden, so dass sie einzeln bearbeitet werden können und die jeweilige Änderung an der Aufgabe oder die Gründe für die Beibehaltung klar dokumentiert sind.

Weiterhin sollten die Lösungsversuche der Prüferinnen und Prüfer der Dokumentation beigelegt werden, um spätere Änderungen klarer erkennen zu können.

In der Dokumentation sticht zum Beispiel ein Kommentar heraus, die die Aufgabe „Eisbecher“ als „ungeeignet für das Brandenburger Abitur“ bezeichnet. Wie in der Antwort zu F12 und den folgenden Fragen herausgestellt, ist dies eine Fehleinschätzung der kontrollierenden Lehrkraft. Es wäre aber gut gewesen, diesen Hinweis (wegen offensichtlicher Fehleinschätzung) nicht einfach zu ignorieren, sondern diese Tatsache zu dokumentieren und ggf. auch weitere Maßnahmen zu ergreifen. Damit hätten die Fachlehrer im November 2016, also rechtzeitig vor den Abiturprüfungen, noch über die korrekte Interpretation des Rahmenlehrplans informiert werden können. Eine weitere Information, die so noch einmal hätte gestreut werden können, ist das Auftreten der \cosh und \sinh Notation bei der Lösung von Aufgabe 2.2 mit CAS. Für solche Informationen eignet sich das Berliner Instrument des Fachbriefs. Es bleibt festzuhalten, dass der Qualitätssicherungsprozess für die Abituraufgaben funktioniert, aber die Erkenntnisse aus diesem Prozess besser an die Lehrerinnen und Lehrer kommuniziert werden könnten. Hierbei handelt es sich aber durchweg um Informationen, die in den Fortbildungsveranstaltungen des LISUM verbreitet wurden. Die Zuordnung zu den Anforderungsbereichen erfolgte insgesamt sachgerecht.

F32: Wurden die Aufgaben speziell für den Mathematikunterricht an Brandenburger Schulen konzipiert?

Neben der Verwendung von Poolaufgaben wurden speziell für Berlin und Brandenburg eigene Aufgaben entwickelt. Insofern ist der Vorwurf, dass die Verwendung von Aufgaben aus dem Aufgabenpool Vorrang vor dem Unterricht an Brandenburger Schulen hat, nicht zu halten. Die verstärkte Orientierung an den Bildungsstandards und die damit verbundene Vereinheitlichung von Lehrplänen und Prüfungsaufgaben ist im Sinne einer bundeseinheitlichen Anerkennung des Abiturs erwünscht und notwendig.

F33: Waren die Wahlmöglichkeiten bei den Aufgaben hinreichend?

Wie in der Antwort zu F3 bereits dargelegt besteht kein Anspruch auf die Vermeidung sowohl von Logarithmen als auch Exponentialfunktionen. Dass in den verschiedenen Wahlaufgaben ähnliche Kompetenzen verlangt wurden ist ebenfalls kein Mangel, sondern spezifisch für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe II.

Schülerinnen und Schüler, die im Bereich der Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen „schwächeln“, wie in einer Rückmeldung bemerkt, haben bei einem Totalausfall in diesem Bereich in der Tat nur noch die Möglichkeit eine ausreichende Leistung zu erbringen. Dies ist aber auch der Bedeutung dieser Funktionen angemessen.

F34: Waren die Aufgaben in Umfang und Schwierigkeitsgrad angemessen?

Die Überprüfung in den Kontrollrunden ergab, dass die Aufgaben in Umfang und Schwierigkeitsgrad angemessen waren. Im Folgenden wird daher auf einzelne Kritikpunkte eingegangen, die in den Rückmeldungen der Schulen genannt wurden.

- *Die Aufgabenstellung 2.1 wurde von Mitgliedern der Überprüfungscommission als ungeeignet eingestuft:* Dies wurde bereits in der Antwort zu F12ff. und in F31 diskutiert. Bei einer mangelnden unterrichtlichen Behandlung der Logarithmusfunktion ist dies in der Tat der Fall, doch dann entspricht der Unterricht nicht den Vorgaben des RLP.
- *Die Aufgabe 2.1 wurde von den Fachlehrern als anspruchsvoller als Aufgabe 2.2 wahrgenommen:* Diese Einschätzung beruht vermutlich auf der mangelnden Vertrautheit mit Logarithmusfunktionen. Inhaltlich spricht nichts dafür, die Aufgabe 2.1 anspruchsvoller als Aufgabe 2.2 wahrzunehmen.
- *Das Aufgabenvolumen war definitiv zu groß:* Das Aufgabenvolumen entspricht dem üblichen Rahmen. Die hauptsächlich bemängelte Aufgabe 2.1 kann in ca. 60 Minuten vollständig gelöst werden. Den Schülerinnen und Schülern standen dafür 135 Minuten zur Verfügung. Dieses Verhältnis ist angemessen.

- *Hilfsmittelfreier Teil: Analysis ist sehr anspruchsvoll durch Lösen einer e-Funktion:* Da die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion aus dem Unterricht bekannt sein sollte, handelt es sich hier nicht um eine anspruchsvolle Aufgabe.
- *Hilfsmittelfreier Teil: 1.2 b) ist eine sehr neuartige Aufgabenstellung:* Es soll ein Normalenvektor zu einer Ebene bestimmt werden, was eine Standardaufgabe in der analytischen Geometrie ist. Weiterhin soll der Normalenvektor derart normiert werden, dass er Ortsvektor eines Punktes auf der Ebene ist. Hierzu muss der Vektor nur in die gegebene Ebenengleichung eingesetzt werden und dann reskaliert werden. Dies mag neuartig sein, aber nicht besonders anspruchsvoll. Der Neuartigkeit wurde durch die Einordnung in AFB III genüge getan.
- *Hilfsmittelfreier Teil: Die Aufgabenstellung in Stochastik war schwer zu erfassen:* Die Beschreibung der Zufallsexperimente entspricht dem üblichen Standard. In Teil a) war eine Wahrscheinlichkeit eines zweistufigen Zufallsexperimentes zu berechnen, in Teil b) ein parametrisierter Erwartungswert eines zweistufigen Zufallsexperiment. Beide Aufgaben sind bereits mit Mitteln der Sekundarstufe I lösbar, die eigentliche und einzig wirkliche Anforderung war die Übersetzung der Beschreibung in die korrekte Modellierung. Diese Aufgabe ist damit eher zu leicht als zu schwer.

Von Seiten der Schülerinnen und Schüler wurde noch bemängelt, dass „in den Aufgaben so gut wie keine Ansätze herauszulesen waren“. Dazu ist zum einen zu sagen, dass Prüfungsaufgaben in Mathematik nach den Bildungsstandards der KMK so zu gestalten sind, dass „die Aufgliederung in Teilaufgaben [...] nicht so detailliert [ist], dass dadurch ein Lösungsweg zwingend vorgezeichnet wird.“ (KMK 2012, S. 24). Zum anderen ist bei vielen Teilaufgaben explizit vorgegeben, was zu tun ist. Diese Kritik ist daher nicht nachvollziehbar.

Die Behauptung, dass manche „Mathematiklehrer die Aufgaben selbst nicht lösen konnten“ ist beunruhigend. Die Aufgaben sollten problemlos von allen Fachlehrern der gymnasialen Oberstufe in Mathematik gelöst werden können. Da diese Behauptung von Seiten der Schulen und Lehrkräfte nicht aufgestellt wurde, muss diese Kritik zurückgewiesen werden.

F35: Waren die Aufgaben gut gestellt?

Die Formulierung der Aufgaben wurde ebenfalls in den Kontrollrunden der Qualitätssicherung überprüft. Die Formulierungen wurden für fast alle Teilaufgaben bereits in der ersten Kontrollrunde als „verständlich“ eingeschätzt. Im Folgenden gehe ich auf einzelne Kritikpunkte ein, die durch die Schulen nach der schriftlichen Abiturprüfung vorgebracht wurden.

- 2.1 c) *Im Kontrollergebnis wurde die Gleichung der Normalen nicht mitgeteilt, musste aber zur Flächenberechnung genutzt werden:* Die Normale kann relativ einfach aus der Tangente bestimmt werden, es ist nicht notwendig, dass jeder Zwischenschritt mit einem Kontrollergebnis abgesichert wird.
- 2.1 d) *Skizze wenig hilfreich:* Die Skizze ist korrekt und notwendig für die Vermittlung einer Vorstellung, um welchen Rotationskörper es sich handelt (siehe auch Teilaufgabe f) bzw. g) mit CAS).
- 2.1 d) *Skizze und Erläuterung mit Rotation um die y-Achse ist ungünstig:* Die Skizze ist korrekt und verdeutlicht die Rotation um die y-Achse. Es ist unklar ob hier die Skizze bemängelt wird oder die Tatsache an sich, dass um die y-Achse rotiert wird. Aus fachlicher Sicht ist die Skizze nicht zu beanstanden.
- 2.1 f) bzw. g) *Es ist zweifelhaft, ob das Wort „einzeln“ tatsächlich klärt, dass der dritte Teilschritt korrekt ist:* Es wird bemängelt, dass man bei fehlerhafter Durchführung der ersten Schritte auch im dritten Schritt ein fehlerhaftes Ergebnis erhält. Durch die Spezifizierung „einzeln“ wird aber in der Tat sichergestellt, dass diese Aufgabe korrekt interpretiert wird – wären die anderen Schritte korrekt, dann auch der dritte.
- 2.2 f) und g) *mühselig und ungünstig in den Formulierungen, weitere Skizzen wären für den 2. Teil hilfreich gewesen:* Hier kann wieder darauf verwiesen werden, dass eine allgemeine mathematische Kompetenz auch das sinnentnehmende Lesen von Texten ist. Sicher kann ein Sachverhalt auch durch eine Skizze noch besser dargestellt werden, doch es gehört zur Mathematik, dass auch sprachlich schwer

zu beschreibende Umstände mathematisiert werden können. Diese Anforderung ist durch die Zuordnung zu AFB III (f) und AFB II (g) abgebildet.

- 2.2 insgesamt: *Die Prüflinge wurden auch hier durch die numerischen Ergebnisse sehr verunsichert und haben viel Zeit verwendet, ihre Ergebnisse zu prüfen:* Es ist nicht zu erwarten, dass „schöne“ Ergebnisse bei der Lösung von Exponentialgleichungen herauskommen. Schülerinnen und Schüler sollten dies aus dem Unterricht kennen und sich nicht von Werten wie „0,329“ verunsichern lassen. Es entspricht nicht dem Wesen der Mathematik, dass alle Aufgaben nur numerisch „schöne“ oder „harmlose“ Lösungen haben. Für die vorgebrachte Kritik *„In ähnlicher Weise sehen wir auch im Bereich der analytischen Geometrie die Art der Ergebnisse nicht für geeignet, den Prüflingen Sicherheit zu ihren Lösungen zu vermitteln.“* gilt das Gleiche.
- 3.1 e) *sehr anspruchsvolle Rechenüberlegungen notwendig:* In der CAS-Variante ist hier nur die Formel für den Winkel zwischen zwei Vektoren anzuwenden, in der nicht-CAS-Variante muss eine Gleichung gelöst werden und dann mit dem Satz des Pythagoras eine Entfernung bestimmt werden. Weder das eine noch das andere ist eine anspruchsvolle Rechenüberlegung (in einer Abiturklausur auf erhöhtem Anforderungsniveau).
- 3.1 f) *rechnerischer Ansatz durch die Schüler, der aber nicht zur Lösung führt; diese wird nur durch gezieltes Probieren gefunden - wählen Schüler ungünstige Startwerte, finden sie keine Lösung → ggf. Intervall vorgeben oder Hinweis auf systematisches Probieren:* Das systematische Probieren ist ein heuristisches Prinzip, welches in der allgemeinen mathematischen Kompetenz „Probleme mathematisch lösen (K2)“ in AFB III genannt wird. Die Teilaufgabe ist auch vollständig dem AFB III zugeordnet. Ein zusätzlicher Hinweis „Probiere systematisch Werte für a aus“ hätte die Aufgabe eventuell verbessert, ist aber nicht kritisch, da auch die teilweise rechnerische Lösung mit Punkten bewertet würde.
- 4.1 a) und b) *bezogen sich auf den gleichen Sachverhalt:* Dies stellt kein Problem dar und ist auch für aufeinander aufbauende Teilaufgaben üblich.
- 4.1 *sehr anspruchsvoller Text, Teil c) doppelt sich mit 1.3.b) aus dem hilfsmittelfreien Teil - wer diesen nicht erfasst hat, wird doppelt bestraft:* Die Ähnlichkeit der beiden Teile beschränkt sich darauf, dass beide Male ein Erwartungswert benötigt wird. Die Formulierung, die konkrete Berechnungsaufgabe und die Sachsituation sind verschieden. Daher kann nicht von einer Bestrafung gesprochen werden – die benötigten Kompetenzen gehören zu den Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.
- 4.2 c) *Es wird irrtümlich auf eine Lösungsmöglichkeit mit einer Vierfeldertafel verwiesen. Da dieser Ansatz nicht zur Lösung führte (oder nur, wenn man innerhalb der Vierfeldertafel Variablen einsetzt), wurde die Aufgabe von vielen Schülern nicht gelöst):* In der Tat ist die Aufgabe mit einer Vierfeldertafel lösbar, diese zusätzliche Möglichkeit wurde in den Kontrollrunden vorgeschlagen. Die (erwartete) Lösung mit einem Baumdiagramm war ebenfalls möglich und wurde ebenso genannt, so dass die obige Begründung nicht einleuchtet.
- 4.2. e) *beim Begründen treten ungünstige Fakten auf: „relativ kleines n “?! → diese kleinen Werte treten in vielen Lehrbuch -Aufgaben auf und kamen auch schon im Abitur vor, deshalb als Grund nicht geeignet:* Diese Begründung ist fachlich korrekt und sollte auch im Unterricht vermittelt werden. Zudem ist es nur eine der beiden möglichen Begründungen.

Insgesamt ist es sicher möglich, die Aufgaben besser zu stellen, doch es besteht kein Anlass zu grundsätzlicher Kritik an den Aufgabenstellungen.

F36: War der Anteil des AFB III zu hoch?

Diese Frage wurde bereits bei F5 beantwortet: Der hohe Anteil des AFB III entspricht den gesetzlichen Vorgaben und wurde den Lehrerinnen und Lehrern in den Fortbildungen zum neuen Rahmenplan erklärt.

F37: War die Verteilung der AFB und BE in den Aufgaben angemessen (im Sinne der IQB-Richtlinien?)

In den Rückmeldungen der Schulen wird kritisiert, dass die Aufgaben nicht nach Anforderungsbereichen gestaffelt gestellt wurden. An den beispielhaften Prüfungsaufgaben des Aufgabenpools des IQB (2015b) kann man sehen, dass dies auch nicht gefordert ist. Die Anforderungsbereiche der Analysis-Aufgaben für den nicht-hilfsmittelfreien Teil verteilen sich wie folgt (oben = erste Teilaufgabe):

Anforderungsbereich		
I	II	III
X		
	X	
	X	
		X
X		
		X
X		
	X	
	X	
		X
	X	
	X	
	X	
	X	
		X

Anforderungsbereich		
I	II	III
X		
	X	
X		
X		
	X	
		X
	X	
	X	
		X
	X	
		X
		X
		X
	X	

Anforderungsbereich		
I	II	III
	X	
X		
X		
	X	
X		
		X
		X
		X
	X	
	X	
	X	
	X	
	X	
	X	
		X

Im Vergleich dazu sind die Anforderungsbereiche in den Analysis-Aufgaben des brandenburgischen Abiturs wie folgt verteilt:

BE in den Anforderungsbereichen für Aufgabe 2.1 (WTR)

I	II	III
5	3	
3	2	3
4	6	4
4		
	9	
		7

BE in den Anforderungsbereichen für Aufgabe 2.1 (CAS)

I	II	III
2	5	
4		4
6	3	4
4		
	6	
	6	
		7

BE in den Anforderungsbereichen für Aufgabe 2.2 (WTR)

I	II	III
4	2	
10		
2	3	4
	6	
		10
	9	

BE in den Anforderungsbereichen für Aufgabe 2.2 (CAS)

I	II	III
4	2	
9		
2	3	4
	5	
	6	
		10
	5	

Die Gestaltung vielfältiger Prüfungsaufgaben, die möglichst viele der in der gymnasialen Oberstufe zu vermittelnden Kompetenzen prüfen, bedarf bei der Staffelung der Anforderungsbereiche einer gewissen Flexibilität. Die vorliegenden Prüfungsaufgaben entsprechen in der Verteilung der AFB und BE den IQB-Richtlinien und sind somit angemessen gestaltet.

F38: Ist es zulässig, dass das Wahlverhalten der Schülerinnen und Schüler die Zuordnung zu den AFB verändert?

Diese Frage wird bereits mit der Antwort zu F9 beantwortet.

Literatur

- IQB (2015a): Aufgaben für das Fach Mathematik. Grundstock von Operatoren. Online unter https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/abi/bista/abi/mathematik/dokumente/Aufgabensammlung_1.pdf
- IQB (2015b): Aufgabensammlung – Aufgaben für das Fach Mathematik zum erhöhten Anforderungsniveau. Online unter https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/abi/mathematik/aufgaben_erhoeht
- KMK (2012): Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012. Online unter https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf
- KMK (2002): Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 01.12.1989 i.d.F. vom 24.05.2002. Online unter http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/1989/1989_12_01-EPA-Mathe.pdf
- MBS (2014a): Vorläufiger Rahmenlehrplan für den Unterricht in der gymnasialen Oberstufe im Land Brandenburg. Mathematik ohne CAS. RLP-Nr. 403001.14. Online unter http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/rahmenlehrplaene/gymnasiale_oberstufe/curricula/2014/2014_06_27_BB_RLP_MatheohneCAS_Sek_II_01.pdf
- MBS (2014b): Rahmenlehrplan für den Unterricht in der gymnasialen Oberstufe im Land Brandenburg. Mathematik mit CAS. RLP-Nr. 403003.14. Online unter http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/rahmenlehrplaene/gymnasiale_oberstufe/curricula/2014/2014_06_27_BB_RLP_MathemitCAS_Sek_II.pdf
- Schiemann, Stephanie (2013): Mathe = Mathe? Mathematik in den 16 Bundesländern. Mitteilungen der DMV, Nr. 21 / 013, S. 226–232. Online unter <http://www.mathematik-schule-hochschule.de/images/Materialien/PDF/dmvm-2013-0087.pdf>
- SenBJW (2014): Rahmenlehrplan für den Unterricht in der gymnasialen Oberstufe. Online unter https://www.berlin.de/sen/bildung/unterricht/faecher-rahmenlehrplaene/rahmenlehrplaene/mdb-sen-bildung-unterricht-lehrplaene-sek2_mathematik_neu2014.pdf

Anlagen

1. Abituraufgaben 2017 Brandenburg inklusive Erwartungshorizont, mit CAS und ohne CAS.
2. Abituraufgaben 2013-2016 Brandenburg.
3. Teilnehmende Schulen RLP
4. Kursmaterial Fortbildung RLP
5. Weitere Fortbildungen RLP
6. Vergleich EPA mit BiSta
7. Hinweise zur Prüfung 2017
8. Beispiele von Funktionenscharen
9. Stellungnahme Cornelsen
10. Schulbuchauszug „Mathematik I“
11. Beispielrechnung Abituraufgabe durch Cornelsen-Verlag
12. Qualitätssicherungsprozess Abituraufgaben
13. K1 Eisbecher
14. K2 Eisbecher
15. K1 Straßenverlauf
16. K2 Straßenverlauf
17. Stellungnahme LISUM „Kontrollverfahren im Zentralabitur mit gemeinsamer Aufgabenentwicklung Berlin-Brandenburg.“
18. Rückmeldungen der Schulen und Schülerinnen und Schüler
19. Strukturiere Fassung der Rückmeldungen